

三段式 Halbach 阵列永磁电机解析建模与研究

杨明磊, 钟再敏, 邵仲书, 陈辛波

(同济大学汽车学院, 201804, 上海)

摘要: 针对传统子域模型在分析电机电磁性能时无法考虑软磁材料磁导率的缺陷,提出了一种考虑软磁材料磁导率为具体值的三段式 Halbach 阵列永磁电机多层解析模型。根据内部激励源和媒介的不同,将永磁电机全域划分成 Halbach 阵列永磁体层、气隙层、定子齿尖层和电枢绕组层 4 类磁场求解层。利用柯西乘积和复数形式的傅里叶级数来描述磁场求解层中媒介磁导率分布情况。基于麦克斯韦方程组建立了每个磁场求解层的拉普拉斯方程或泊松方程,结合边界条件求解出每个磁场求解层的磁矢位。利用多层解析模型计算了电机的气隙磁密、空载反电动势和输出转矩等电磁特性,并与有限元模型计算结果进行了对比。计算结果表明:多层解析模型和有限元模型计算得到的气隙磁密波形吻合得很好,两者的空载反电动势峰值和输出转矩平均值的相对误差均小于 1%,证明了多层解析模型的正确性。最后利用多层解析模型研究了槽开口宽度、磁极宽度和充磁夹角对电机输出转矩的影响规律,给出了输出转矩最优的设计方案。仿真结果表明:优化后的输出转矩脉动削减了 75.7%,证明所提出的多层解析模型不仅计算准确而且计算速度快,在电机的初始设计和电磁性能影响规律的探究上具有明显的优势。

关键词: 多层解析模型;永磁电机;有限元;三段式 Halbach 阵列;电磁性能

中图分类号: TM351 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202311013 **文章编号:** 0253-987X(2023)11-0130-12

Analytical Modeling and Research of Three-Segment Halbach Array Permanent Magnet Motor

YANG Minglei, ZHONG Zaimin, SHAO Zhongshu, CHEN Xinbo

(School of Automotive, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: This paper proposes a multi-layer analytical model of a three-segment Halbach array permanent magnet motor that considers the specific value of the permeability of soft magnetic material. The subdomain model has the defect that the permeability of soft magnetic materials cannot be considered when analyzing the electromagnetic performance of the motor. This is a major challenge that the proposed model aims to address. The full domain of the permanent magnet motor is divided into four types of magnetic field solution layers: Halbach array permanent magnet layer, air gap layer, stator tooth tip layer, and armature winding layer, based on different excitation sources and mediums. The distribution of the medium magnetic permeability in the magnetic field solution layer is described using the Cauchy product and complex Fourier series. The Laplace's equations or Poisson's equations of each solution layer are established based on Maxwell's equations, and the magnetic vector potential of each solution layer is solved by combining the boundary conditions. The electromagnetic characteristics of the mo-

tor, such as air gap flux density, no-load back EMF and output torque, are calculated using the multi-layer analytical model and compared with the results obtained from the finite element model (FEM). The results show that the air gap flux density waveforms calculated using the multi-layer analytical model and FEM are in good agreement. The relative errors of the peak no-load back electromotive force and average output torque of both are less than 1%, confirming the correctness of the multi-layer analytical model. Finally, this research examines the influence of slot opening width, pole width and magnetizing angle on the output torque using the multi-layer analytical model. It offers the optimal design solution for output torque, which can reduce the output torque ripple by 75.7%. The proposed multi-layer analytical model is not only accurate but also fast in calculation, which has obvious advantage in the initial design of the motor and the study of the influence law of electromagnetic performance.

Keywords: multi-layer analytical model; permanent magnet motor; finite element model; three-segment Halbach array; electromagnetic performance

分块 Halbach 阵列永磁体是由若干个充磁方向不同的永磁体按照一定的规律排列组成,与传统永磁体结构相比,分块 Halbach 阵列永磁体生成的气隙磁场谐波含量更少^[1-2]。同时,因为分块 Halbach 阵列永磁体具有单边聚磁的特点,所以其气隙侧的磁通密度更高,能有效地提高转矩密度^[3-4]。分块 Halbach 阵列永磁电机成为目前高精度伺服控制领域的研究热点。

理论上 Halbach 永磁体的每极分块数越多,其气隙磁场的正弦性越好,但是考虑到工程实现难度和性能提升效果,每极分 3 块,即三段式 Halbach 阵列永磁体结构最为适合^[5-6]。对于三段式 Halbach 永磁电机来说,目前没有一个明确的理论设计公式,所以在初始设计阶段,需要借助合适的磁场分析方法来分析结构参数对电机电磁性能的影响规律。常用的电机磁场分析方法有有限元法和解析法,其中有限元法能够考虑损耗和磁饱和,具有很高的计算精度,但是对于分块 Halbach 阵列这种具有复杂充磁结构的电机来说,有限元建模复杂且计算时间长,并不适用于电机的初始设计和优化^[7-8]。

解析法是近年来常用的电机磁场快速计算方法,可以从理论层面上明确设计参数与电磁性能之间的关系。同时,解析法可以快速调整电机的结构参数,十分便于分块 Halbach 阵列永磁电机的初始设计和电磁性能规律研究^[9]。目前解析法有保角变换法^[10-12]、子域模型法^[13-21]和多层建模法^[22-30]。保角变换法利用气隙磁导函数可以快速求得开槽电机的磁场分布情况,是最早的一种解析方法。罗玲等^[12]利用保角变化,分析了不同磁极分块数和不同充磁夹角对电机转矩的影响,但因为无法考虑实际槽深,以致保角变换法计算精度较低。基于麦克斯韦方程组,子域模型法将复杂的电机结构在二维的平面内划分为若干个子域,可以考虑槽开口结构、定子槽型和永磁体拓扑结构。张河山等^[17]利用子域模型法,

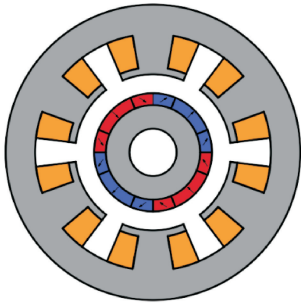
建立了分块 Halbach 阵列永磁电机的解析模型,研究了每极分块数对电机电磁性能的影响规律,但是所提模型磁极分块宽度相同,且充磁夹角不能任意改变。高峰阳等^[18]提出了不等宽不等厚三段式 Halbach 阵列永磁电机,研究了不同 Halbach 拓扑结构对电磁性能的影响规律,但是并没有考虑充磁夹角变化的影响。此外子域模型法也在分块 Halbach 阵列轴向磁通电机^[15-16]、分块 Halbach 阵列直线电机^[13]、Halbach 阵列双转子电机^[20]和考虑转子偏心的 Halbach 阵列永磁电机^[21]的磁场解析计算上得到了广泛的应用。但是,子域模型法需要假设电机内部所有的软磁材料磁导率为无穷大,这导致其初始设计和优化结果的可信度有限。鉴于子域模型不能考虑材料磁导率的缺陷,Sprangers 等^[22]提出了多层建模方法,该方法根据激励源和介质的不同,将电机沿径向划分成多层,并利用柯西乘积,将每一层中的磁导率分布特点考虑到磁场求解中。研究学者们基于多层解析建模的方法,建立了同步磁阻电机^[23]、表贴式永磁电机^[24]、磁通调制永磁电机^[25]和双转子永磁电机^[30]的解析模型,考虑软磁材料相对磁导率为固定值,分析了不同类型电机的电磁性能以及结构参数变化对电磁性能的影响规律。研究表明,考虑材料磁导率的多层解析模型具有很好的计算精度。同时,多层建模法通过结合一些迭代算法,能够考虑软磁材料的非线性变化,进一步提高解析计算精度^[26-29],但是迭代算法的引入大大增加了计算时间,不适用于初始设计和优化。目前还没有研究将多层建模的方法用于三段式 Halbach 阵列永磁电机的磁场分析上。

本文基于多层建模的方法,建立了考虑软磁材料磁导率为具体值的三段式 Halbach 阵列永磁电机的多层解析模型。该解析模型考虑了槽开口结构和实际槽深,而且能够描述不同磁极宽度和不同充磁夹角等复杂拓扑结构,同时考虑软磁材料的磁导

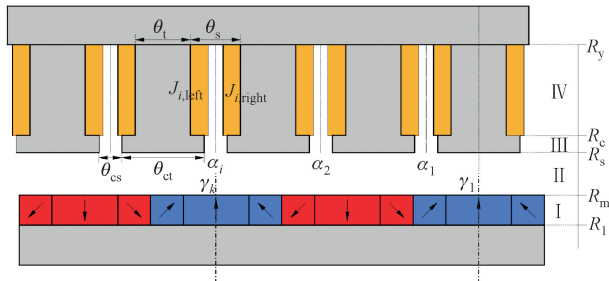
率使得解析计算结果更加准确可信。基于该模型,本文分析计算了三段式 Halbach 永磁电机的空载和负载工况下的气隙磁密、磁链、反电动势和转矩等电磁性能,并通过与有限元模型计算结果对比,验证了多层解析模型的正确性和准确性。最后,利用所提出的多层解析模型,研究了槽开口宽度、磁极宽度和充磁夹角对三段式 Halbach 阵列永磁电机输出转矩的影响规律,并根据分析结果给出了输出转矩最优的设计方案。

1 三段式 Halbach 电机模型

三段式 Halbach 阵列永磁电机的结构简图如图 1 所示,为了便于描述电机的多层模型结构将电机在二维极坐标系中展开。根据激励源和磁介质的不同,将电机划分为 Halbach 阵列永磁体层(I)、气隙层(II)、定子齿尖层(III)和电枢绕组层(IV)4 层。在图 1(b)中, R_1 、 R_m 、 R_s 、 R_c 和 R_y 分别是转子轭外表面半径、永磁体表面半径、定子齿顶表面半径、定子槽内半径和定子槽底半径; θ_{ct} 、 θ_{cs} 、 θ_t 和 θ_s 分别是定子齿尖宽度、槽开口宽度、定子齿宽和定子槽宽; $J_{i, \text{left}}$ 、 $J_{i, \text{right}}$ 分别为第 i 个槽内的左侧、右侧电流密度。三段式 Halbach 阵列永磁体的结构简图如图 2 所示,每极永磁体由两块宽度为 θ_1 的副磁极和一块宽度为 θ_2 的主磁极构成,主磁极的充磁方式为径向充磁,副磁极充磁方向与主磁极充磁方向的夹角为 θ_m 。



(a) 三段式 Halbach 阵列永磁电机的横截面



(b) 电机在二维极坐标系中的展开图

图 1 三段式 Halbach 阵列永磁电机结构简图

Fig. 1 Structure diagram of three-segment Halbach array permanent magnet motor

为了简化多层模型,忽略了电机的涡流效应和端部效应;假设定子齿部软磁材料的磁导率为固定值;假设转子轭和定子轭的相对磁导率为无穷大。

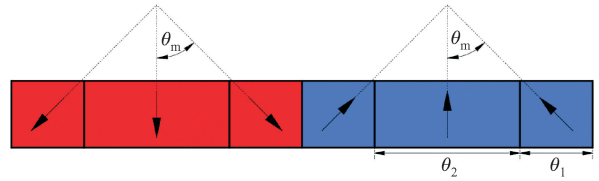


图 2 三段式 Halbach 阵列永磁体结构简图

Fig. 2 Structure diagram of three-segment Halbach array permanent magnet

为了进一步描述三段式 Halbach 阵列永磁电机的多层解析模型,规定第 i 个槽开口的位置为 α_i , 第 k 个 N 极 Halbach 主磁极的位置为 γ_k , 两个参数分别可以表示成

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{Q_s}i - \frac{\pi}{Q_s}, 1 \leq i \leq Q_s \quad (1)$$

$$\gamma_k = \frac{2\pi}{p}(k-1) + \phi, 1 \leq k \leq p \quad (2)$$

式中: Q_s 为定子齿数; p 为极对数; ϕ 为第一个 N 极 Halbach 主磁极与第一个槽开口位置之间的夹角。

2 电流密度和 Halbach 阵列永磁体

三段式 Halbach 阵列永磁电机内的激励源有两类,分别是电枢绕组层中的电枢电流和永磁体层中的 Halbach 阵列永磁体。

2.1 电枢电流分布

如图 1 所示,定子采用双层绕组形式,左右两个线圈的电流密度分布可以表示成

$$J_z(\theta) = \begin{cases} J_{i, \text{right}}, & \theta \in [\alpha_i - \frac{\theta_s}{2}, \alpha_i - \frac{\theta_s}{2} + d] \\ J_{i, \text{left}}, & \theta \in [\alpha_i + \frac{\theta_s}{2} - d, \alpha_i + \frac{\theta_s}{2}] \end{cases} \quad (3)$$

其中 $J_{i, \text{left}}$ 、 $J_{i, \text{right}}$ 可以表示为

$$J_{i, \text{right}} = \frac{N_{\text{coil}}}{S} (\mathbf{C}_{\text{right}}^T) [i_A \ i_B \ i_C] \quad (4)$$

$$J_{i, \text{left}} = \frac{N_{\text{coil}}}{S} (\mathbf{C}_{\text{left}}^T) [i_A \ i_B \ i_C] \quad (5)$$

式中: N_{coil} 为每相串联总匝数; $\mathbf{C}_{\text{left}}$ 和 $\mathbf{C}_{\text{right}}$ 分别为电枢槽左右绕组的分布矩阵; S 为单侧绕组截面积,可以表示成

$$S = \frac{d(R_c^2 - R_y^2)}{2} \quad (6)$$

式中, d 为单侧绕组宽度。

电流源为周期性分布,可以表示成复数形式的傅里叶级数^[22]

$$J_z(\theta) = \sum_{n=-N}^N \hat{J}_{z,n} e^{-jn\theta} \quad (7)$$

$$\hat{J}_{z,n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J_z(\theta) e^{-jn\theta} d\theta \quad (8)$$

2.2 三段式 Halbach 阵列永磁体分布

三段式 Halbach 阵列永磁体的磁化强度在二维极坐标系中可以分解为径向和切向两个分量。根据图 2 中定义的每块永磁体的充磁方向,三段式 Halbach 阵列永磁体在 $0 \sim 2\pi$ 圆周上径向磁化强度 $M_r(\theta)$ 和切向磁化强度 $M_\theta(\theta)$ 的分布可以表示为

$$M_r(\theta) = \begin{cases} \frac{B_r}{\mu_0} \cos\theta_m, & \theta \in [\gamma_k - \theta_1 - \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k - \frac{\theta_2}{2}] \\ \frac{B_r}{\mu_0}, & \theta \in [\gamma_k - \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + \frac{\theta_2}{2}] \\ \frac{B_r}{\mu_0} \cos\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + \theta_1 + \frac{\theta_2}{2}] \\ -\frac{B_r}{\mu_0} \cos\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + \theta_1 + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + 2\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}] \\ -\frac{B_r}{\mu_0}, & \theta \in [\gamma_k + 2\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + 2\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}] \\ -\frac{B_r}{\mu_0} \cos\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + 2\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}, \gamma_k + 3\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}] \end{cases} \quad (9)$$

$$M_\theta(\theta) = \begin{cases} \frac{B_r}{\mu_0} \sin\theta_m, & \theta \in [\gamma_k - \theta_1 - \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k - \frac{\theta_2}{2}] \\ 0, & \theta \in [\gamma_k - \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + \frac{\theta_2}{2}] \\ -\frac{B_r}{\mu_0} \sin\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + \theta_1 + \frac{\theta_2}{2}] \\ -\frac{B_r}{\mu_0} \sin\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + \theta_1 + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + 2\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}] \\ 0, & \theta \in [\gamma_k + 2\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}, \gamma_k + 2\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}] \\ \frac{B_r}{\mu_0} \sin\theta_m, & \theta \in [\gamma_k + 2\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}, \gamma_k + 3\theta_1 + \frac{3\theta_2}{2}] \end{cases} \quad (10)$$

周期性分布的磁化强度分量也可以表示成复数形式的傅里叶级数

$$M_r(\theta) = \sum_{n=-N}^N \hat{M}_{r,n} e^{-jn\theta} \quad (11)$$

$$M_\theta(\theta) = \sum_{n=-N}^N \hat{M}_{\theta,n} e^{-jn\theta} \quad (12)$$

$$\hat{M}_{r,n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_r(\theta) e^{-jn\theta} d\theta \quad (13)$$

$$\hat{M}_{\theta,n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_\theta(\theta) e^{-jn\theta} d\theta \quad (14)$$

3 磁导率分布

如图 1 所示,4 类磁场求解层的磁介质圆周分布不同,I 层的磁介质为永磁体,则 $\mu^I(\theta) = \mu_m \mu_0$ 。II 层的磁介质为空气,则 $\mu^{II}(\theta) = \mu_0$ 。III 层和 IV 层的磁介质有空气和铁心两类,其圆周上的分布为

$$\mu^{III, IV}(\theta) = \begin{cases} \mu_0, & \theta \in [\alpha_i - \frac{\theta_a}{2}, \alpha_i + \frac{\theta_a}{2}] \\ \mu_{\text{iron}}^{III, IV}, & \theta \in [\alpha_i - \frac{\theta_a}{2} - \theta_b, \alpha_i - \frac{\theta_a}{2}] \end{cases} \quad (15)$$

式中:对于 III 层来说, θ_b 为 θ_{t1} , θ_a 为 θ_{s1} , 对于 IV 层来说 θ_b 为 θ_t , θ_a 为 θ_s 。

圆周上 III 和 IV 层磁介质磁导率的复数形式的傅里叶级数可以表示为^[22]

$$\mu(\theta) = \sum_{n=-N}^N \hat{\mu}_n e^{-jn\theta} \quad (16)$$

$$\mu^{\text{rec}}(\theta) = \sum_{n=-N}^N \hat{\mu}_n^{\text{rec}} e^{-jn\theta} \quad (17)$$

式中,系数 $\hat{\mu}_n$ 和系数 $\hat{\mu}_n^{\text{rec}}$ 可以表示为

$$\hat{\mu}_n = \begin{cases} \sum_{i=1}^{Q_s} \frac{1}{2\pi j n} [\mu_X e^{-jn\theta_a/2} (1 - e^{-jn\theta_b}) + 2j\mu_0 \sin(\frac{n\theta_a}{2})] e^{jn\alpha_i}, & n \neq 0 \\ \sum_{i=1}^{Q_s} \frac{1}{2\pi} (\mu_X \theta_b + \mu_0 \theta_a), & n = 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\hat{\mu}_n^{\text{rec}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{Q_s} \frac{1}{2\pi j n} [\frac{1}{\mu_X} e^{-jn\theta_a/2} (1 - e^{-jn\theta_b}) + 2j \frac{1}{\mu_0} \sin(\frac{n\theta_a}{2})] e^{jn\alpha_i}, & n \neq 0 \\ \sum_{i=1}^{Q_s} \frac{1}{2\pi} (\frac{1}{\mu_X} \theta_b + \frac{1}{\mu_0} \theta_a), & n = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中:对于 III 层来说, μ_X 为 $\mu_{\text{iron},i}^{III}$, θ_a 为 θ_{cs} , θ_b 为 θ_{ct} ; 对于 IV 层来说, μ_X 为 $\mu_{\text{iron},i}^{IV}$, θ_a 为 θ_s , θ_b 为 θ_t 。

除了气隙层和三段式 Halbach 阵列永磁层之外,其他求解层中的磁导率切向方向不连续。因此,利用柯西乘积定理, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 的关系用矩阵形式表示为^[30]

$$\mathbf{B}_r = \mu_{c,r} \mathbf{H}_r + \mu_0 \mathbf{M}_r \quad (20)$$

$$\mathbf{B}_\theta = \mu_{c,\theta} \mathbf{H}_\theta + \mu_0 \mathbf{M}_\theta \quad (21)$$

磁导率的径向和切向分量的卷积矩阵可以表示为^[22]

$$\boldsymbol{\mu}_{c,r} = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_0 & \cdots & \hat{\mu}_{-2N} \\ \vdots & & \vdots \\ \hat{\mu}_{2N} & \cdots & \hat{\mu}_0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{c,\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_0^{\text{rec}} & \cdots & \hat{\mu}_{-2N}^{\text{rec}} \\ \vdots & & \vdots \\ \hat{\mu}_{2N}^{\text{rec}} & \cdots & \hat{\mu}_0^{\text{rec}} \end{bmatrix}^{-1} \quad (23)$$

4 多层解析建模

4.1 磁矢位求解

基于麦克斯韦方程组、安培环路定理以及式(20)和式(21),可以写出 4 类磁场求解层的磁矢位求解方程。对于没有激励源的求解层来说,磁矢位求解方程为拉普拉斯方程,对于存在电流激励源或永磁体激励源的求解层,磁矢位求解方程为泊松方程

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \boldsymbol{A}_z}{\partial r} - \frac{\boldsymbol{V}^2}{r^2} \boldsymbol{A}_z = \begin{cases} \mathbf{0}, & \text{求解层为 II 和 III} \\ -\boldsymbol{\mu}_{c,\theta} \boldsymbol{J}, & \text{求解层为 IV} \\ (-\mu_0/r)(\boldsymbol{j} \boldsymbol{K} \boldsymbol{M}_r + \boldsymbol{M}_\theta), & \text{求解层为 I} \end{cases} \quad (24)$$

式中

$$\boldsymbol{V}^2 = \boldsymbol{\mu}_{c,\theta} \boldsymbol{K} [\boldsymbol{\mu}_{c,r}]^{-1} \boldsymbol{K} \quad (25)$$

$$\boldsymbol{K} = \text{diag}(-N, \cdots, -1, 1, \cdots, N) \quad (26)$$

$$\boldsymbol{J} = [\hat{J}_{z,-N} \cdots \hat{J}_{z,N}]^T \quad (27)$$

$$\boldsymbol{M}_r = [\hat{M}_{r,-N} \cdots \hat{M}_{r,N}]^T \quad (28)$$

$$\boldsymbol{M}_\theta = [\hat{M}_{\theta,-N} \cdots \hat{M}_{\theta,N}]^T \quad (29)$$

根据式(24),可以求解出 4 类求解层的磁矢位

$$\boldsymbol{A}_z^{\text{I}} = \left(\frac{r}{R_m}\right)^{\lambda^{\text{I}}} \boldsymbol{a}^{\text{I}} + \left(\frac{R_1}{r}\right)^{\lambda^{\text{I}}} \boldsymbol{b}^{\text{I}} + r \boldsymbol{F}^{\text{I}} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{A}_z^{\text{II}} = \left(\frac{r}{R_s}\right)^{\lambda^{\text{II}}} \boldsymbol{a}^{\text{II}} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{\lambda^{\text{II}}} \boldsymbol{b}^{\text{II}} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{A}_z^{\text{III}} = \boldsymbol{W}^{\text{III}} \left(\frac{r}{R_c}\right)^{\lambda^{\text{III}}} \boldsymbol{a}^{\text{III}} + \boldsymbol{W}^{\text{III}} \left(\frac{R_s}{r}\right)^{\lambda^{\text{III}}} \boldsymbol{b}^{\text{III}} \quad (32)$$

$$\boldsymbol{A}_z^{\text{IV}} = \boldsymbol{W}^{\text{IV}} \left(\frac{r}{R_y}\right)^{\lambda^{\text{IV}}} \boldsymbol{a}^{\text{IV}} + \boldsymbol{W}^{\text{IV}} \left(\frac{R_c}{r}\right)^{\lambda^{\text{IV}}} \boldsymbol{b}^{\text{IV}} + r^2 \boldsymbol{F}^{\text{IV}} \quad (33)$$

式中: $\boldsymbol{W}^{\text{III},\text{IV}}$ 和 $\lambda^{\text{III},\text{IV}}$ 分别是矩阵 $\boldsymbol{V}^{\text{III},\text{IV}}$ 的特征值矩阵和特征向量矩阵; $\lambda^{\text{I},\text{II}} = |\boldsymbol{K}|$; $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 为待求解系数; $\boldsymbol{F}^{\text{I},\text{IV}}$ 分别为 I 和 IV 泊松方程的特解

$$\boldsymbol{F}^{\text{I}} = -\mu_0 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}^2)^{-1} (\boldsymbol{j} \boldsymbol{K} \boldsymbol{M}_r + \boldsymbol{M}_\theta) \quad (34)$$

$$\boldsymbol{F}^{\text{IV}} = - (4\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{V}^{\text{IV}})^2)^{-1} \boldsymbol{\mu}_{c,\theta}^{\text{IV}} \boldsymbol{J}_z \quad (35)$$

其中, $\boldsymbol{I}$ 是大小与 $\boldsymbol{K}$ 相同的单位矩阵。

4.2 边界条件

为了计算各求解层磁矢位中的待求解系数 $\boldsymbol{a}$ 和

$\boldsymbol{b}$,需要借助边界条件。第一类边界条件是:相邻求解层交界面($r=R_m$ 、 R_s 或 R_c)处的径向磁通和切向磁场相等,如下式

在 Halbach 阵列永磁体表面处($r=R_m$)

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_z^{\text{I}}|_{R_m} - \boldsymbol{A}_z^{\text{II}}|_{R_m} = 0 \\ \boldsymbol{H}_\theta^{\text{I}}|_{R_m} - \boldsymbol{H}_\theta^{\text{II}}|_{R_m} = 0 \end{cases} \quad (36)$$

在定子齿顶表面处($r=R_s$)

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_z^{\text{II}}|_{R_s} - \boldsymbol{A}_z^{\text{III}}|_{R_s} = 0 \\ \boldsymbol{H}_\theta^{\text{II}}|_{R_s} - \boldsymbol{H}_\theta^{\text{III}}|_{R_s} = 0 \end{cases} \quad (37)$$

在定子槽顶表面处($r=R_c$)

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_z^{\text{III}}|_{R_c} - \boldsymbol{A}_z^{\text{IV}}|_{R_c} = 0 \\ \boldsymbol{H}_\theta^{\text{III}}|_{R_c} - \boldsymbol{H}_\theta^{\text{IV}}|_{R_c} = 0 \end{cases} \quad (38)$$

第二类边界条件是:根据转子轭和定子轭的相对磁导率为无穷大的假设,在内转子轭外表面和定子轭内表面($r=R_1$ 和 $r=R_y$)处的磁场强度为 0,如下式

$$\boldsymbol{H}_\theta^{\text{I}}|_{R_1} = \boldsymbol{H}_\theta^{\text{IV}}|_{R_y} = 0 \quad (39)$$

根据 8 个边界条件,可以求得各磁场求解层通解中的谐波系数(求解矩阵见附录 A 的公式 A1)。

5 电磁性能计算与对比

为验证上述解析模型的正确性,对一台 24 槽 20 极的三段式 Halbach 阵列永磁电机进行建模和解析计算。电机的主要参数见表 1,采用分数槽集中绕组形式(绕组展开图以及绕组分布矩阵 $\boldsymbol{C}_{\text{right}}$ 和 $\boldsymbol{C}_{\text{left}}$ 见附录 B)。

表 1 电机主要参数

Table 1 Main parameter of motor

参数	数值	参数	数值
定子齿数 Q_s	24	转子轭外半径 R_1/mm	67.8
极对数 p	10	永磁体外半径 R_m/mm	72.5
定子齿宽 $\theta_t/(\circ)$	8.7	气隙长度 g/mm	1.5
定子槽宽 $\theta_s/(\circ)$	6.3	定子齿顶半径 R_s/mm	74
槽开口宽度 $\theta_{cs}/(\circ)$	1.6	定子槽内半径 R_c/mm	76
主磁极宽度 $\theta_2/(\circ)$	9	定子槽底半径 R_y/mm	89.5
副磁极宽度 $\theta_1/(\circ)$	4.5	铁心轴向长度 L_u/mm	50
绕组宽度 d/rad	0.03	额定电流 I/A	70
充磁夹角 $\theta_m/(\circ)$	45	每相串联匝数 N_{coil}	48
剩磁密度 $B_r/(\text{T})$	1.2	永磁体相对磁导率 μ_m	1.05

基于表 1 中三段式 Halbach 阵列永磁电机的主

要参数,在 Matlab 软件中建立了三段式 Halbach 阵列永磁电机的解析模型。为了完成解析计算,需要给定定子铁心软磁材料的磁导率,电机在定子齿宽的初始设计时,考虑定子齿部的磁密为 1.65 T,定子齿的铁心材料为 35DW310,结合材料的 $B-H$ 曲线,选定软磁材料的相对磁导率为 300,即 $\mu_{\text{iron}}^{\text{III、IV}} = 300\mu_0$ 。

为了验证多层解析模型的正确性,在 Maxwell 软件中建立了电机的 2D 有限元模型,有限元模型中定子铁心相对磁导率的设置与多层模型一致,即有限元模型中定子铁心的相对磁导率为固定值 300。图 3 给出了负载电流为 70 A 时的二维有限元模型的仿真结果。为了保证有限元模型的计算精度,将气隙划分成 4 层,总的网格数为 31 756。利用该有限元模型可以验证多层解析模型的正确性。

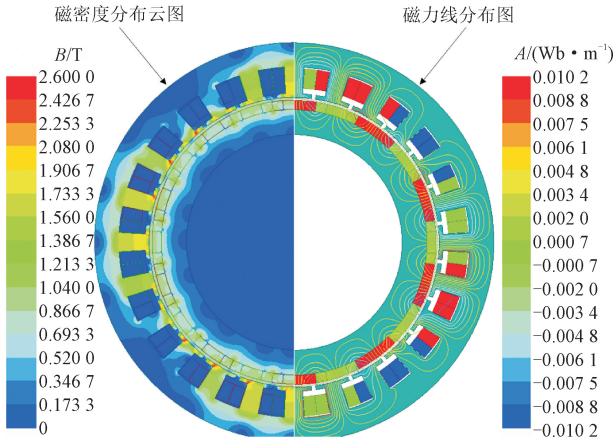


图 3 负载电流为 70 A 时二维有限元模型的仿真结果
Fig. 3 Simulation results of the 2D finite element model at the load current of 70 A

5.1 空载电磁性能

为了验证解析模型的正确性,首先对比空载工况下的气隙中间位置 ($R_g = (R_m + R_s)/2$) 处的磁通密度。基于公式 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$,可以根据磁矢位来计算磁通密度的径向和切向分量

$$\begin{cases} B_r = -j \frac{1}{r} \mathbf{K} \mathbf{A}_z \\ B_\theta = -\frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial r} \end{cases} \quad (40)$$

图 4 为气隙中间位置磁通密度的多层模型、子域模型和有限元模型计算结果的对比,由图 4 可以看出,多层解析模型的计算结果跟有限元模型计算结果基本一致,证明了多层解析模型的正确性。假设铁心材料相对磁导率为无穷大的传统子域模型,计算结果与有限元模型和多层解析模型的结果有一定的偏差。

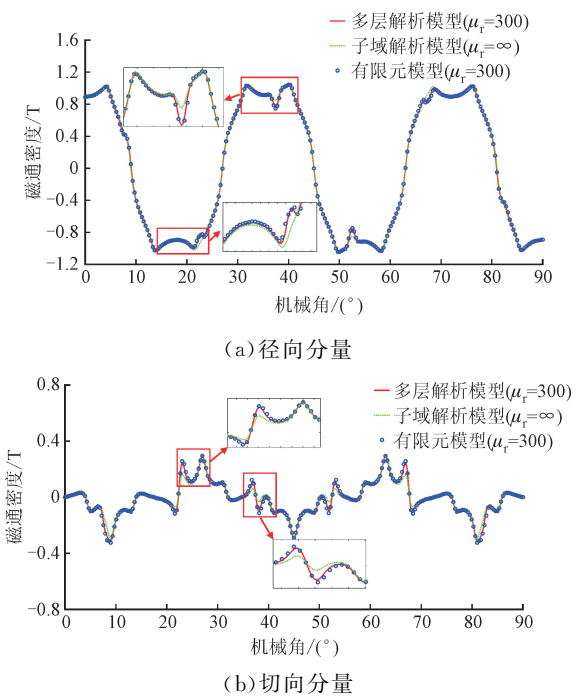


图 4 $\phi=0$ 时空载气隙磁通密度分布
Fig. 4 No-load flux density distribution of air gap at $\phi=0$

图 5 为空载工况下电枢绕组层(区域Ⅳ)平均半径处的磁感应强度径向和切向分布曲线对比。可以看出,多层解析模型计算得到的磁场分布结果与有限元模型计算结果吻合得很好。但是,假设定子铁心的相对磁导率为无穷大,子域模型无法求解出包含定子铁心的电枢绕组层在圆周上的磁感应强度分布曲线。

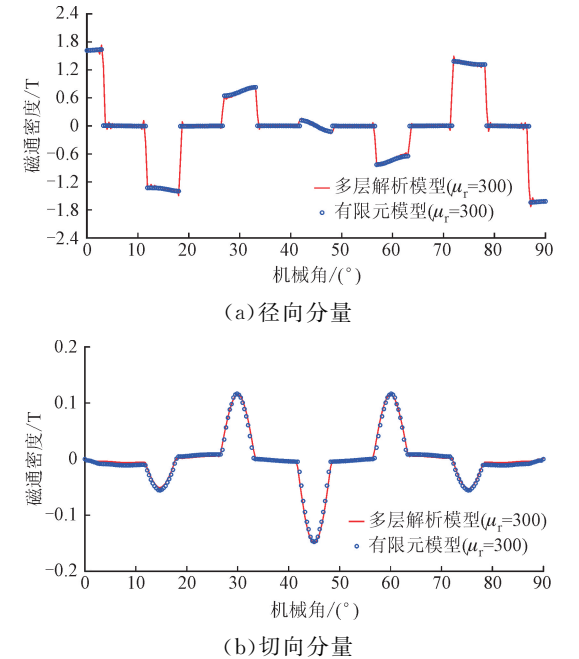


图 5 空载时电枢绕组层平均半径处的磁通密度分布
Fig. 5 Flux density distribution at the average radius of armature winding layer under no-load condition

基于斯托克斯定理,利用电枢绕组层的磁矢位 A_z^{IV} 来计算电机的磁链。第 i 个槽内左右线圈的磁链计算公式为

$$\varphi_{i,\text{right}} = \frac{L_u}{S} \int_{a_i - \theta_s/2}^{a_i - \theta_s/2 + d} \int_{R_c}^{R_y} A_z^{\text{IV}}(r, \theta) r dr d\theta \quad (41)$$

$$\varphi_{i,\text{left}} = \frac{L_u}{S} \int_{a_i + \theta_s/2}^{a_i + \theta_s/2 - d} \int_{R_c}^{R_y} A_z^{\text{IV}}(r, \theta) r dr d\theta \quad (42)$$

式中, L_u 为铁心轴向长度。

定子绕组的三相磁链可以表示为

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} = N_{\text{coil}} \mathbf{C}_{\text{right}} \begin{bmatrix} \varphi_{1,\text{right}} \\ \varphi_{2,\text{right}} \\ \vdots \\ \varphi_{Q_s,\text{right}} \end{bmatrix} + N_{\text{coil}} \mathbf{C}_{\text{left}} \begin{bmatrix} \varphi_{1,\text{left}} \\ \varphi_{2,\text{left}} \\ \vdots \\ \varphi_{Q_s,\text{left}} \end{bmatrix} \quad (43)$$

图 6 是电机在转速为 2 000 r/min 下空载磁链的多层模型解析计算结果与有限元模型计算结果、子域模型计算结果的对比。可以看出,多层解析模型和有限元模型的计算结果基本一致,证明了多层解析模型的正确性。忽略铁心软磁材料磁阻的子域模型的计算结果偏大。

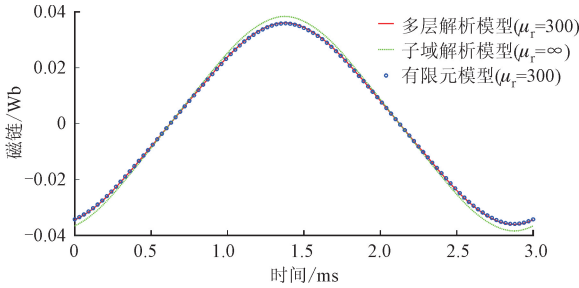


图 6 转速为 2 000 r/min 时的空载磁链

Fig. 6 No-load flux linkage at 2 000 r/min

通过对磁链的求导可以得到反电动势,计算公式为

$$E = - \frac{d\psi_{A,B,C}}{dt} \quad (44)$$

图 7 是 3 种模型在电机转速 2 000 r/min 时计算得到的空载反电动势对比,可以看出,3 种计算结果得到的空载反电动势趋势相同。考虑铁心材料磁导率的多层解析模型和有限元模型计算到的空载反电动势峰值分别为 66.08 V 和 65.57 V,两者相差 0.51 V,相对误差小于 1%,证明了多层解析模型的正确性。子域模型计算得到的空载反电动势峰值为 69.73 V,忽略软磁材料磁阻的子域模型计算结果偏大。

基于麦克斯韦应力张量法,利用计算得到的气

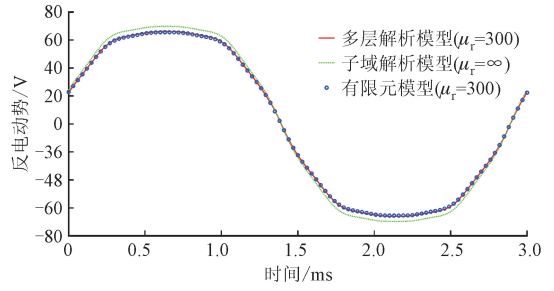


图 7 转速为 2 000 r/min 时的空载反电动势

Fig. 7 No-load back EMF at 2 000 r/min

隙磁通密度来计算电机的转矩

$$T = \frac{L_u (R_g)^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_r(R_g, \theta) B_\theta(R_g, \theta) d\theta \quad (45)$$

在空载工况下,式(45)计算得到的是齿槽转矩。图 8 是两种解析模型与有限元模型齿槽转矩计算结果的对比。可以看出,多层解析模型与有限元模型的齿槽转矩曲线吻合得很好,两者结果误差只有 41.58 mN·m。由于忽略了定子铁心的磁阻,子域模型计算得到的齿槽转矩严重偏小。

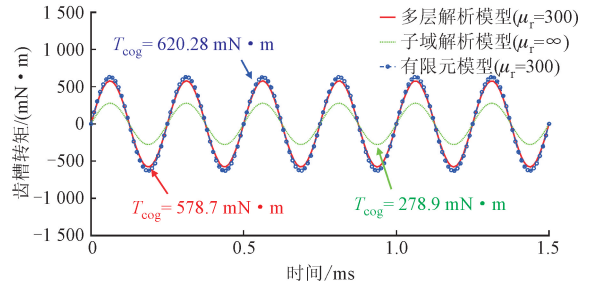
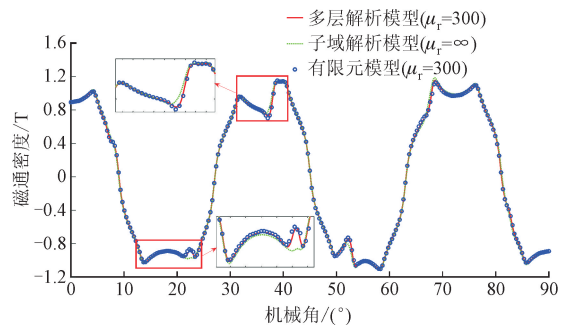


图 8 两种解析模型与有限元模型齿槽转矩计算结果的对比

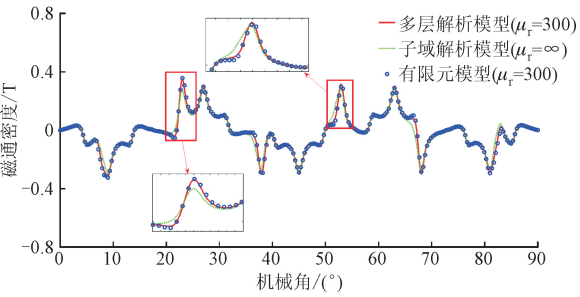
Fig. 8 Comparison of the results of cogging torque calculations for two analytical models and FEM

5.2 负载电磁性能

当励磁电流 $I = 70$ A 时,气隙中间位置处的磁通密度分布的对比如图 9 所示。可以看出相比于子域模型,考虑材料磁导率的多层解析模型的计算结果与有限元模型的计算结果吻合得很好,进一步证明了多层解析模型的正确性。



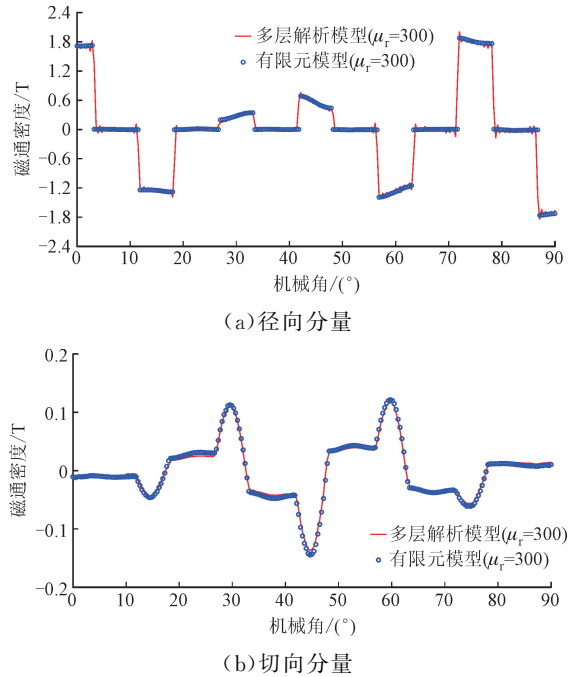
(a) 径向分量



(b)切向分量

图 9 $\phi=0$ 时负载气隙磁通密度分布

图 10 为负载工况下,电枢绕组层(区域Ⅳ)平均半径处的磁感应强度径向和切向分布曲线对比。可以看出多层解析模型的计算结果与有限元模型计算结果依旧具有很好的一致性。



(a)径向分量

(b)切向分量

图 10 负载时电绕组层中间位置处的磁通密度分布

Fig. 10 Flux density distribution at the average radius of armature winding layer under load condition

利用式(41)~(43)可以得到负载电流为 70 A 的工况下,电机在转速为 2 000 r/min 时的绕组磁链,如图 11 所示。可以看出,多层解析模型的计算结果与有限元模型的计算结果基本一致,而子域模型由于没有考虑定子铁心材料的磁阻,计算所得到的磁链结果偏大。

当负载电流 $I=70\text{ A}$ 时,式(45)计算得到三段式 Halbach 阵列永磁电机的输出转矩。图 12 所示是多层解析模型、子域模型和有限元模型输出转矩计算结果的对比。图 12 中 T_{avg} 为平均转矩, T_{rip} 为

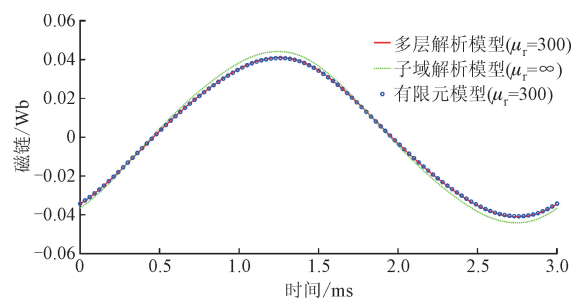


图 11 转速为 2 000 r/min 时的负载磁链

Fig. 11 On-load flux linkage at 2 000 r/min

转矩脉动,其计算公式为

$$T_{\text{rip}} = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{T_{\text{avg}}} \times 100\% \quad (46)$$

式中: T_{max} 和 T_{min} 分别是转矩曲线上的最大和最小转矩值。

可以看出多层解析模型计算得到的输出转矩曲线与有限元模型的转矩曲线吻合很好,多层解析模型计算得到的输出转矩平均值为 $35.35\text{ N}\cdot\text{m}$,有限元计算得到的输出转矩平均值为 $35.25\text{ N}\cdot\text{m}$,两者相差 $0.1\text{ N}\cdot\text{m}$,相对误差小于 1%。无法考虑铁心材料磁导率的子域模型计算得到的输出转矩平均值为 $37.53\text{ N}\cdot\text{m}$,计算结果偏大,且计算得到的转矩脉动偏小。

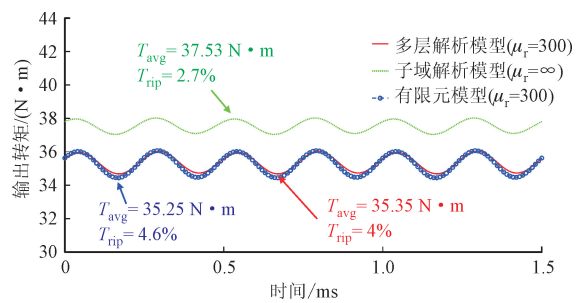


图 12 两种解析模型与有限元模型输出转矩的计算结果对比

Fig. 12 Comparison of the results of output torque calculations for two analytical models and FEM

通过空载和负载的电磁性能计算结果的对比证明了本文提出的三段式 Halbach 阵列永磁电机多层解析模型的正确性。此外,多层解析模型计算拥有 150 个数据点的转矩曲线,需要的时间为 2 390.14 s,计算拥有同样数据点个数的输出转矩曲线,有限元模型需要的时间是 3 034 s。多层解析模型在具有较高计算精度的同时也具有计算速度快的优点。

5.3 槽开口宽度对输出转矩的影响

槽开口宽度影响气隙中的磁场分布,从而直接影响转矩性能,本节利用多层解析模型分析了改变

槽开口宽度对输出转矩的影响。由图 13 可以看出,随着槽开口宽度的增大,电机的输出转矩平均值先增大后减小。转矩脉动随着槽开口宽度的增大而增大。在三段式 Halbach 阵列永磁电机的设计之初要综合考虑转矩输出能力和输出转矩脉动来选择合适的槽开口宽度。

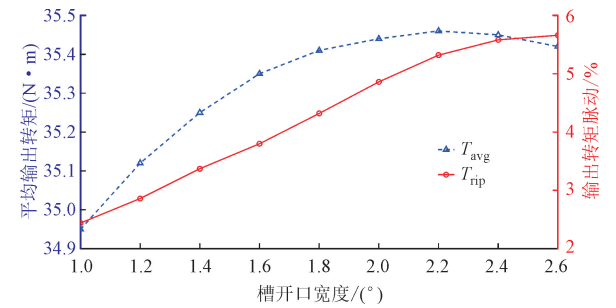


图 13 槽开口宽度对输出转矩的影响

Fig. 13 Influence of slot opening width on torque

5.4 磁极宽度和充磁夹角对输出转矩的影响

对于三段式 Halbach 阵列永磁电机来说,磁极宽度 θ_2 和充磁夹角 θ_m 都会影响气隙磁密,从而影响输出转矩。所以,选择合适的主磁极宽度和充磁夹角才能进一步提升电机的转矩性能。本节基于三段式 Halbach 阵列永磁电机的解析模型,分析了充磁夹角 θ_m 和主磁极与副磁极的宽度比 ϵ 对输出转矩的影响。 ϵ 可以表示为

$$\epsilon = \frac{\theta_2}{\theta_1} \tag{47}$$

图 14 是磁极宽度比 ϵ 和充磁夹角 θ_m 变化对平均输出转矩的影响规律,可以看出当磁极宽度比 ϵ 不变时,增大充磁夹角,电机的输出转矩先增大后减小。当 $\theta_m = 0^\circ$ 时,所有磁极宽度比下的电机永磁体都为径向充磁结构,输出转矩不随磁极宽度比 ϵ 的变化而变化。当 $0^\circ < \theta_m < 75^\circ$,增大宽度比 ϵ ,电机的平均输出转矩先增大后减小。当 $75^\circ \leq \theta_m \leq 90^\circ$,增大宽度比 ϵ ,电机的平均输出转矩增大。最大转矩点为 $\theta_m = 45^\circ$, $\epsilon = 3$ 处,最大输出转矩平均值为 $35.43 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。

图 15 是磁极宽度比 ϵ 和充磁夹角 θ_m 变化对输出转矩脉动的影响规律,可以看出,当磁极宽度比 ϵ 不变时,增大充磁夹角,电机的转矩脉动先减小后增大。当 $\theta_m = 0^\circ$ 时,所有拓扑结构下永磁体都为径向充磁结构,转矩脉动不随 ϵ 的变化而变化。当 $0^\circ < \theta_m \leq 90^\circ$ 时,增大 ϵ ,转矩脉动呈现先增大后减小再增大的趋势,最小转矩脉动点出现在 $\theta_m = 45^\circ$, $\epsilon = 4$ 处,最小的转矩脉动为 0.93% 。

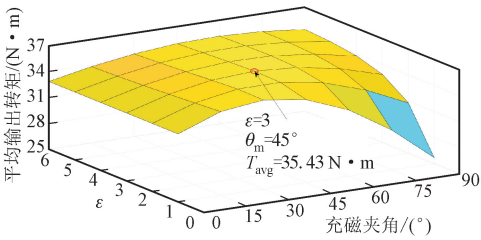


图 14 磁极宽度比和充磁夹角对平均输出转矩的影响
Fig. 14 Influences of pole width ratio and magnetization angle on average output torque

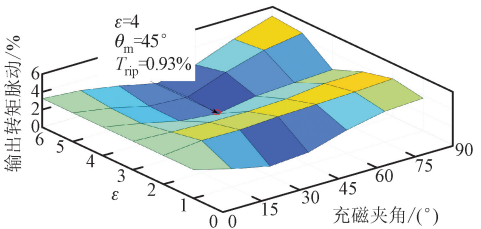


图 15 磁极宽度比和充磁夹角对输出转矩脉动的影响
Fig. 15 Influences of pole width ratio and magnetization angle on torque ripple

5.5 转矩最优点验证

从 5.3 和 5.4 节的分析结果可以看出,当槽开口宽度为 1.8° 时输出转矩能提高,同时转矩脉动的变化不大。当磁极宽度比为 4、充磁夹角为 45° 时,平均输出转矩能够有效提升,同时转矩脉动能实现大幅度的削减。根据影响规律的分析结果,将槽开口宽度 1.8° 、磁极宽度比 4 和充磁夹角 45° 作为电机输出转矩的最优设计方案。优化后的输出转矩曲线如图 16 所示,相较于初始的三段式 Halbach 阵列永磁电机结构,优化后的平均输出转矩提升了 $0.13 \text{ N}\cdot\text{m}$,同时转矩脉动实现了大幅度的削减,优化后转矩脉动仅有 0.97% ,相比于初始结构,转矩脉动削减了 75.7% 。而且多层解析模型计算结果与有限元模型计算结果基本吻合,再一次证明了多层解析模型的正确性。

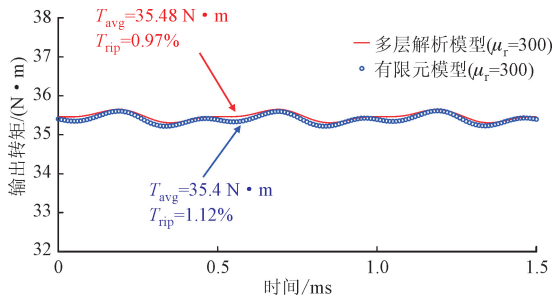


图 16 优化后的输出转矩
Fig. 16 Optimized output torque

6 结 论

本文提出了一种考虑软磁材料磁导率为具体值的三段式 Halbach 阵列永磁电机的多层解析模型和建模方法。该方法根据激励源和媒介的不同对电机全域进行了划分,考虑了槽开口和实际槽深等复杂结构。利用该多层解析模型可以计算不同工况下电机内部磁场的分布,也可以计算磁链、反电动势和转矩等主要电磁性能,计算结果与有限元模型计算结果高度吻合,证明了多层解析模型的正确性。同时,研究发现传统子域模型计算得到的磁链、反电动势和输出转矩平均值相比于多层模型和有限元模型偏大,齿槽转矩和输出转矩脉动偏小,这是由于子域模型忽略软磁材料磁阻所导致的。

相比于有限元模型,本文所提出的多层解析模型可以快速调整三段式 Halbach 阵列永磁电机的结构和电磁参数。基于该特点,研究了槽开口宽度、磁极宽度和充磁夹角对输出转矩性能的影响规律,并给出了输出转矩最优的设计方案。更重要的是,本文提出的多层解析模型在磁场的求解速度上快于有限元模型,这对于电机的初始设计、电磁性能影响规律分析以及后期的参数优化都具有明显的优势。

参考文献:

- [1] WEI Liangliang, NAKAMURA T. A novel dual-stator hybrid excited permanent magnet vernier machine with Halbach-array PMs [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(2): 1-5.
- [2] XIA Changliang, GUO Liyan, WANG Huimin. Modeling and analyzing of magnetic field of segmented Halbach array permanent magnet machine considering gap between segments [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(12): 1-9.
- [3] SONG Zaixin, LIU Chunhua, FENG Kuo, et al. Field prediction and validation of a slotless segmented-Halbach permanent magnet synchronous machine for more electric aircraft [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2020, 6(4): 1577-1591.
- [4] KOO B, KIM J, NAM K. Halbach array PM machine design for high speed dynamo motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(2): 1-5.
- [5] ZHANG Xintong, ZHANG Chengming, YU Jikun, et al. Analytical model of magnetic field of a permanent magnet synchronous motor with a trapezoidal Halbach permanent magnet array [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(7): 1-5.
- [6] 范坚坚, 吴建华. 计及齿槽极间隔断 Halbach 型磁钢的 PMSM 气隙磁场解析分析 [J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(12): 98-105.
FAN Jianjian, WU Jianhua. Analytical solution and analysis of airgap magnetic field of PMSM with partition-between-poles Halbach magnet considering effect of slotting [J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(12): 98-105.
- [7] 杨定伟, 邓兆祥, 张河山, 等. 永磁轮毂电机磁场解析建模 [J]. 电工技术学报, 2019, 34(7): 1423-1433.
YANG Dingwei, DENG Zhaoxiang, ZHANG Heshan, et al. Exact analytical solution of magnetic field in permanent magnet in-wheel motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(7): 1423-1433.
- [8] 倪有源, 崔征山, 王群京. 转子有辅助槽的表贴式永磁电机解析法建模与优化 [J]. 电机与控制学报, 2021, 25(2): 65-71.
NI Youyuan, CUI Zhengshan, WANG Qunjing. Analytical modeling and optimization of a surface-mounted permanent magnet machine with auxiliary slots in rotor [J]. Electric Machines and Control, 2021, 25(2): 65-71.
- [9] ONER Y, ZHU Z Q, WU L J, et al. Analytical on-load subdomain field model of permanent-magnet vernier machines [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(7): 4105-4117.
- [10] ZARKO D, BAN D, LIPO T A. Analytical solution for electromagnetic torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(7): 2943-2954.
- [11] ABBASZADEH K, REZAEE ALAM F. On-load field component separation in surface-mounted permanent-magnet motors using an improved conformal mapping method [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(2): 1-12.
- [12] 罗玲, 薛利昆, 吴先宇, 等. Halbach 永磁阵列无刷直流电机转矩的解析计算和分析 [J]. 电工技术学报, 2017, 32(16): 124-135.
LUO Ling, XUE Likun, WU Xianyu, et al. Analytical calculation and analysis of torque for brushless DC motors with Halbach magnet array [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(16): 124-135.
- [13] CHEN Feixue, ZHANG Chi, CHEN Jinhua, et al. Accurate subdomain model for computing magnetic field of short moving-magnet linear motor with Halbach array [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(9): 1-9.
- [14] 王明杰, 徐伟, 杨存祥, 等. 基于精确子域模型的永磁直线同步电机空载磁场解析计算 [J]. 电工技术学

- 报, 2020, 35(5): 942-953.
- WANG Mingjie, XU Wei, YANG Cunxiang, et al. Analytical calculation of no-load magnetic field in permanent magnet linear synchronous motors based on an accurate subdomain model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 942-953.
- [15] JIN Ping, YUAN Yue, XU Qingyang, et al. Analysis of axial-flux Halbach permanent-magnet machine [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(11): 1-4.
- [16] 郭保成, 黄允凯, 彭飞, 等. Halbach 阵列盘式永磁电机的解析计算 [J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(1): 289-295.
- GUO Baocheng, HUANG Yunkai, PENG Fei, et al. An analytical model for axial flux permanent magnet machines with Halbach array [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(1): 289-295.
- [17] ZHANG Heshan, WANG YanPeng, TUO Jiying, et al. Magnetic field and electromagnetic performance analysis of permanent magnet machines with segmented Halbach array [J]. COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2022, 41(1): 357-380.
- [18] 高峰阳, 齐晓东, 李晓峰, 等. 不等宽不等厚 Halbach 部分分段永磁同步电机电磁性能解析计算与优化分析 [J]. 电工技术学报, 2022, 37(6): 1398-1414.
- GAO Fengyang, QI Xiaodong, LI Xiaofeng, et al. Analytical calculation and optimization analysis of electromagnetic performance of Halbach partially-segmented permanent magnet synchronous motors with unequal width and thickness [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(6): 1398-1414.
- [19] 张河山, 邓兆祥, 杨明磊, 等. 电动车用轮毂电机的负载磁场解析计算 [J]. 汽车工程, 2020, 42(12): 1655-1664.
- ZHANG Heshan, DENG Zhaoxiang, YANG Minglei, et al. Analytical calculation of loaded magnetic field in hub motor for electric vehicle [J]. Automotive Engineering, 2020, 42(12): 1655-1664.
- [20] GOLOVANOV D, GERADA C. An analytical subdomain model for dual-rotor permanent magnet motor with Halbach array [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(12): 1-16.
- [21] NI Youyuan, CHEN Kang, XIAO Benxian, et al. Analytical modeling of PM electrical machines with eccentric surface-inset Halbach magnets [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(4): 1-9.
- [22] SPRANGERS R L J, PAULIDES J J H, GYSEN B L J, et al. Magnetic saturation in semi-analytical harmonic modeling for electric machine analysis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(2): 1-10.
- [23] SPRANGERS R L J, PAULIDES J J H, GYSEN B L J, et al. Semianalytical framework for synchronous reluctance motor analysis including finite soft-magnetic material permeability [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(11): 1-4.
- [24] ROUBACHE L, BOUGHRARA K, DUBAS F, et al. New subdomain technique for electromagnetic performances calculation in radial-flux electrical machines considering finite soft-magnetic material permeability [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(4): 1-15.
- [25] DJELLOUL-KHEDDA Z, BOUGHRARA K, DUBAS F, et al. Analytical prediction of iron-core losses in flux-modulated permanent-magnet synchronous machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(1): 1-12.
- [26] DJELLOUL-KHEDDA Z, BOUGHRARA K, DUBAS F, et al. Nonlinear analytical prediction of magnetic field and electromagnetic performances in switched reluctance machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(7): 1-11.
- [27] GUO Baocheng, DU Yunlu, DJELLOUL-KHEDDA Z, et al. Nonlinear semianalytical model for axial flux permanent-magnet machine [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(10): 9804-9816.
- [28] ZHAO Hang, LIU Chunhua, SONG Zaixin, et al. A fast optimization scheme of coaxial magnetic gears based on exact analytical model considering magnetic saturation [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2021, 57(1): 437-447.
- [29] 杨明磊, 邓兆祥, 张河山, 等. 电动汽车永磁轮毂电机磁场非线性解析计算方法 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(2): 104-112.
- YANG Minglei, DENG Zhaoxiang, ZHANG Heshan, et al. A nonlinear analysis for magnetic field of permanent magnet hub motor of electric vehicles [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(2): 104-112.
- [30] YANG Minglei, ZHONG Zaimin, WANG Qinglong, et al. An analytical model for stator yokeless radial flux dual rotor permanent magnet synchronous machine [J]. COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2022, 41(5): 1920-1939.

(编辑 武红江)

附录 A

谐波系数求解矩阵如下

$$\begin{bmatrix} a^I \\ b^I \\ a^{II} \\ b^{II} \\ a^{III} \\ b^{III} \\ a^{IV} \\ b^{IV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{43} & X_{44} & X_{45} & X_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{53} & X_{54} & X_{55} & X_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{65} & X_{66} & X_{67} & X_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{75} & X_{76} & X_{77} & X_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{87} & X_{88} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \\ Y_8 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$$X_{11} = -\lambda^I (R_1/R_m)^{\lambda^I} \quad (A2)$$

$$X_{12} = \lambda^I \quad (A3)$$

$$X_{21} = I \quad (A4)$$

$$X_{22} = (R_1/R_m)^{\lambda^I} \quad (A5)$$

$$X_{23} = -(R_m/R_s)^{\lambda^{II}} \quad (A6)$$

$$X_{24} = -I \quad (A7)$$

$$X_{31} = (1/(\mu_m\mu_0))\lambda^I \quad (A8)$$

$$X_{32} = -(1/(\mu_m\mu_0))\lambda^I (R_1/R_m)^{\lambda^I} \quad (A9)$$

$$X_{33} = -(1/\mu_0)\lambda^{II} (R_m/R_s)^{\lambda^{II}} \quad (A10)$$

$$X_{34} = (1/\mu_0)\lambda^{II} \quad (A11)$$

$$X_{43} = I \quad (A12)$$

$$X_{44} = (R_m/R_s)^{\lambda^{II}} \quad (A13)$$

$$X_{45} = -W^{III} (R_s/R_c)^{\lambda^{III}} \quad (A14)$$

$$X_{46} = -W^{III} \quad (A15)$$

$$X_{53} = (1/\mu_0)\lambda^{II} \quad (A16)$$

$$X_{54} = -(1/\mu_0)\lambda^{II} (R_m/R_s)^{\lambda^{II}} \quad (A17)$$

$$X_{55} = -[\mu_{c,\theta}^{III}]^{-1}W^{III}\lambda^{III} (R_s/R_c)^{\lambda^{III}} \quad (A18)$$

$$X_{56} = [\mu_{c,\theta}^{III}]^{-1}W^{III}\lambda^{III} \quad (A19)$$

$$X_{65} = W^{III} \quad (A20)$$

$$X_{66} = W^{III} (R_s/R_c)^{\lambda^{III}} \quad (A21)$$

$$X_{67} = -W^{IV} (R_c/R_s)^{\lambda^{IV}} \quad (A22)$$

$$X_{68} = -W^{IV} \quad (A23)$$

$$X_{75} = [\mu_{c,\theta}^{III}]^{-1}W^{III}\lambda^{III} \quad (A24)$$

$$X_{76} = -[\mu_{c,\theta}^{III}]^{-1}W^{III}\lambda^{III} (R_s/R_c)^{\lambda^{III}} \quad (A25)$$

$$X_{77} = -[\mu_{c,\theta}^{IV}]^{-1}W^{IV}\lambda^{IV} (R_c/R_y)^{\lambda^{IV}} \quad (A26)$$

$$X_{78} = [\mu_{c,\theta}^{IV}]^{-1}W^{IV}\lambda^{IV} \quad (A27)$$

$$X_{87} = -W^{IV}\lambda^{IV} \quad (A28)$$

$$X_{88} = W^{IV}\lambda^{IV} (R_c/R_y)^{\lambda^{IV}} \quad (A29)$$

$$Y_1 = R_1 F^I + \mu_0 R_1 M_0 \quad (A30)$$

$$Y_2 = -R_m F^I \quad (A31)$$

$$Y_3 = -(1/(\mu_m\mu_0))R_m F^I - (1/\mu_m)R_m M_0 \quad (A32)$$

$$Y_4 = Y_5 = 0 \quad (A33)$$

$$Y_6 = R_c^2 F^{IV} \quad (A34)$$

$$Y_7 = 2R_c^2 [\mu_{c,\theta}^{IV}]^{-1} F^{IV} \quad (A35)$$

$$Y_8 = 2R_c^2 F^{IV} \quad (A36)$$

附录 B

三段式 Halbach 阵列永磁电机的绕组展开图如图 B1 所示。

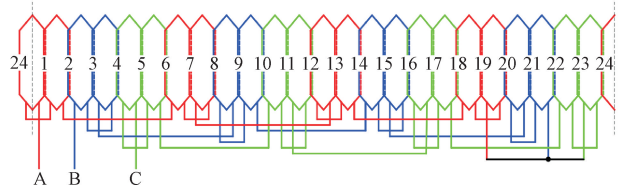


图 B1 绕组展开图

Fig. B1 Winding expansion diagram

线圈分布矩阵如下

$$C_{\text{right}} = [C_{\text{right}}^I C_{\text{right}}^I] \quad (B1)$$

$$C_{\text{left}} = [C_{\text{left}}^I C_{\text{left}}^I] \quad (B2)$$

式中

$$C_{\text{right}}^I = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (B3)$$

$$C_{\text{left}}^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (B4)$$